

Задача 1.1

Найти реакции опор и давление в промежуточном шарнире составной конструкции.

| Номер варианта | P_1 | P_2 | M , кНм | q , кН/м |
|----------------|-------|-------|-----------|------------|
| | кН | | | |
| 13 | 7,0 | 6,0 | 15,0 | 1,1 |

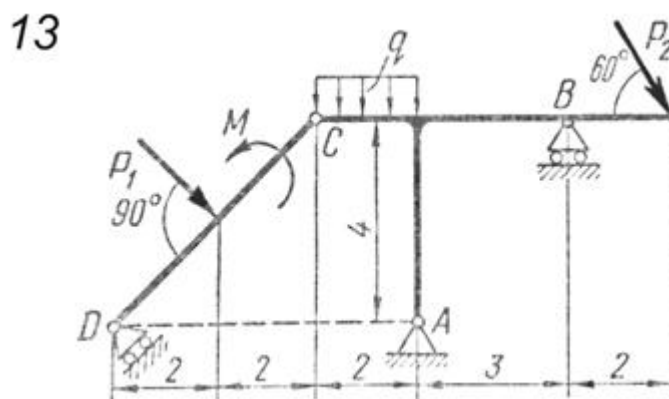


Рисунок 1 – Схема нагружения

Решение

Для определения реакций опор и усилия в соединении мысленно расчленяем систему на две части. Сначала рассмотрим равновесие стержня DC (рисунок 2). Покажем действующие на стержень реакцию шарнирно-подвижной опоры D (R_D) и усилие в соединении C в виде двух взаимно-перпендикулярных составляющих X_C и Y_C , также на стержень действует момент M и активная сила P_1 .

Для полученной плоской системы сил составляем три уравнения равновесия:

$$\Sigma F_{iX} = 0, -X_C - R_D \cos 45^\circ + P_1 \cos 45^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_{iY} = 0, Y_C + R_D \cos 45^\circ - P_1 \cos 45^\circ = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma M_{iC} = 0, -R_D \cos 45^\circ \cdot 4 - R_D \cos 45^\circ \cdot 4 - M + P_1 \cos 45^\circ \cdot 2 + P_1 \cos 45^\circ \cdot 2 = 0 \quad (3)$$

Теперь рассматриваем равновесие Т-образной системы САВ (рисунок 3). На нее действуют активная сила P_2 и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью q , которую заменим равнодействующей, приложенной посередине участка, на котором она действует.

$$Q = q \cdot 2 = 1,1 \cdot 2 = 2,2 \text{ кН}$$

Реакцию шарнирно-неподвижной опоры А изображаем в виде двух реакций X_A и Y_A , также показываем реакцию шарнирно-подвижной опоры В (R_B). В соединительном шарнире С следует показать, что со стороны стержня на систему будут действовать такие же силы X_C и Y_C как и со стороны системы САВ на стержень DC, только направленные в противоположную сторону.

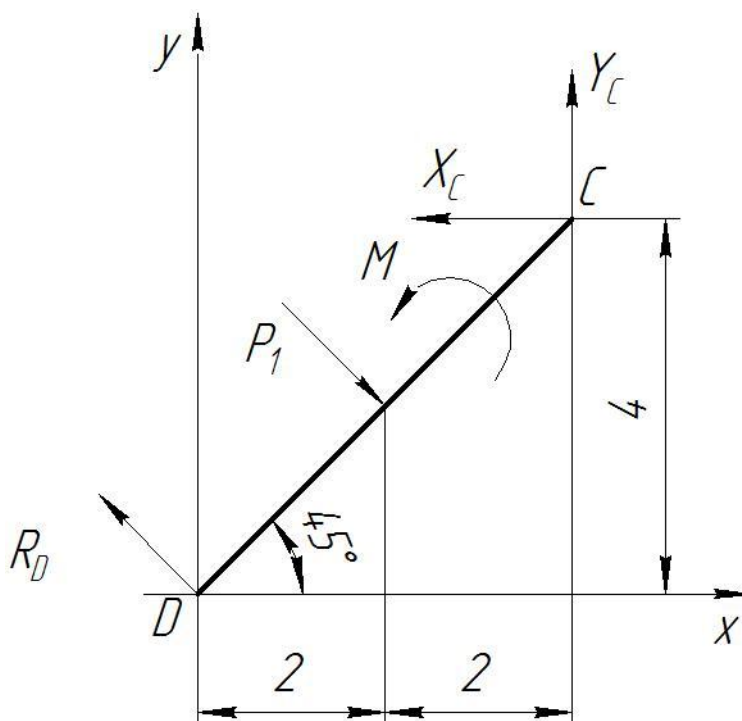


Рисунок 2 – Действующие силы на стержень

Для этой плоской системы сил также составляем три уравнения равновесия:

$$\Sigma F_{iX} = 0, X_A + X_C + P_2 \cos 60^\circ = 0 \quad (4)$$

$$\Sigma F_{iY} = 0, -Q + R_B - P_2 \sin 60^\circ + Y_A = 0 \quad (5)$$

$$\Sigma M_{iA} = 0, Y_C \cdot 2 - X_C \cdot 4 + Q \cdot 1 + R_B \cdot 3 - P_2 \sin 60^\circ \cdot 5 - P_2 \cos 60^\circ \cdot 4 = 0 \quad (6)$$

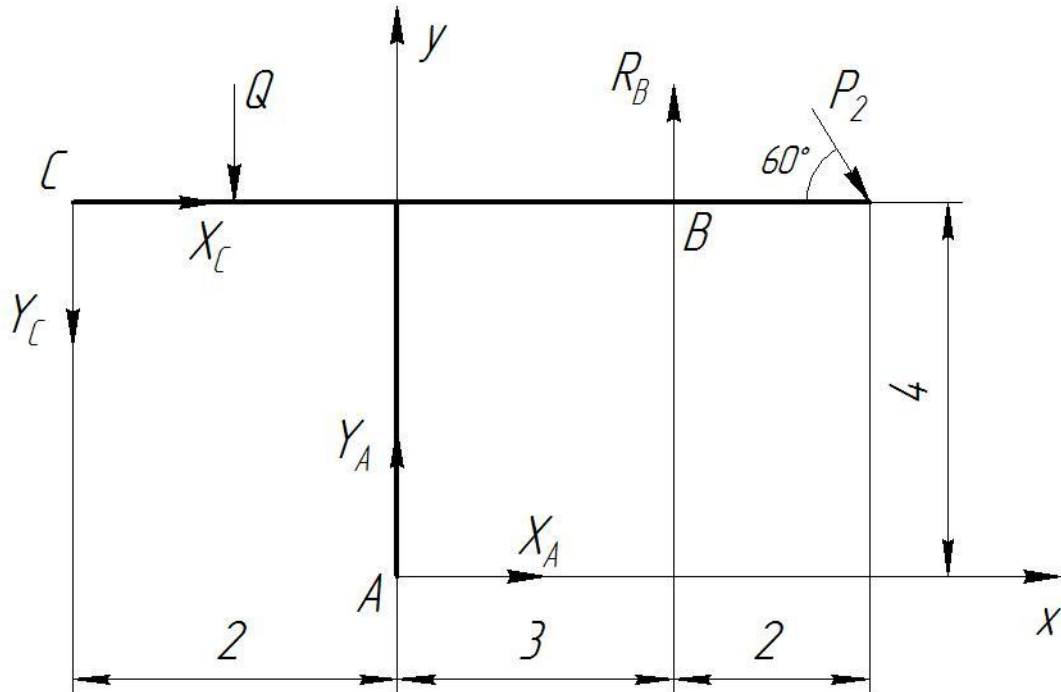


Рисунок 3 – Действующие силы на Т-образную конструкцию

Подставляя численные значения величин входящих в составленные уравнения, последовательно определяем:

Из уравнения (3)

$$R_D = \frac{-M + P_1 \cos 45^\circ \cdot 2 + P_1 \cos 45^\circ \cdot 2}{\cos 45^\circ \cdot 8} = \frac{-15 + 7 \cdot 0,707 \cdot 2 + 7 \cdot 0,707 \cdot 2}{0,707 \cdot 8} = 0,85 \text{ кН}$$

Из уравнения (1)

$$X_C = -R_D \cos 45^\circ + P_1 \cos 45^\circ = -0,85 \cdot 0,707 + 7 \cdot 0,707 = 4,35 \text{ кН}$$

Из уравнения (2)

$$Y_C = -R_D \cos 45^\circ + P_1 \cos 45^\circ = -0,85 \cdot 0,707 + 7 \cdot 0,707 = 4,35 \text{ кН}$$

Из уравнения (4)

$$X_A = -X_C - P_2 \cos 60^\circ = -4,35 - 6 \cdot 0,5 = -7,35 \text{ кН}$$

Из уравнения (6)

$$R_B = \frac{-Y_C \cdot 2 + X_C \cdot 4 - Q \cdot 1 + P_2 \sin 60^\circ \cdot 5 + P_2 \cos 60^\circ \cdot 4}{3} =$$
$$= \frac{-4,35 \cdot 2 + 4,35 \cdot 4 - 2,2 \cdot 1 + 6 \cdot 0,866 \cdot 5 + 6 \cdot 0,5 \cdot 4}{3} = 14,83 \text{ кН}$$

Из уравнения (5)

$$Y_A = Q - R_B + P_2 \sin 60^\circ = 2,2 - 14,83 + 6 \cdot 0,866 = -7,43 \text{ кН}$$

Ответ: $R_B = 14,83 \text{ кН}$, $X_C = 4,35 \text{ кН}$, $Y_C = 4,35 \text{ кН}$, $X_A = -7,35 \text{ кН}$, $Y_A = -7,43 \text{ кН}$, $R_D = 0,85 \text{ Нм}$. Знак «-» в значениях указывает на то, что истинное направление названных реакций противоположно указанному на чертеже.